

Matemática financiera

Néstor Adrián Le Clech
Laura Mariel Segura

Matemática financiera

UNIVERSIDAD NACIONAL DE QUILMES

Rector
Gustavo Eduardo Lugones

Vicerrector
Mario E. Lozano



Bernal, 2012

Le Clech, Néstor
Matemática financiera / Néstor Le Clech y Laura Mariel Segura. - 1a ed. - Bernal : Universidad Nacional de Quilmes, 2012.
328 p. + CD-ROM ; 26x17 cm. - (Administración y economía)

ISBN 978-987-558-243-9

1. Matemática. 2. Matemática Financiera. I. Segura, Laura Mariel. II. Título
CDD 510

© Néstor Adrián Le Clech y Laura Mariel Segura, 2012
© Universidad Nacional de Quilmes, 2012

Universidad Nacional de Quilmes
Roque Sáenz Peña 352
(B1876BXD) Bernal, Provincia de Buenos Aires
República Argentina

<http://www.unq.edu.ar>
editorial@unq.edu.ar

Diseño: Mariana Nemitz

ISBN: 978-987-558-243-9

Queda hecho el depósito que establece la Ley N° 11.273

Índice

Prólogo	11
Capítulo I. Introducción, nociones fundamentales y tasas de interés	13
Introducción	13
1. Elementos básicos de las operaciones financieras	17
2. Tasas de interés	23
3. Tasa de inflación y tasa de interés	24
En síntesis	28
Test de autoevaluación	30
Ejercicios	31
Capítulo II. Interés simple y descuento comercial	33
1. Interés simple	33
2. Descuento racional	39
3. Descuento comercial	41
4. Vinculación entre tasa de interés simple y tasa de descuento	44
5. Equivalencias financieras y operaciones con pagos diferidos	48
En síntesis	56
Test de autoevaluación	57
Ejercicios	58
Capítulo III. Interés y descuento compuesto	61
1. Interés compuesto	61
2. Tasa de interés equivalente y tasa anual equivalente	67
3. Descuento compuesto	73
4. Equivalencias entre las tasas de interés y de descuento	80
En síntesis	83
Test de autoevaluación	84
Ejercicios	85
Capítulo IV. Introducción a rentas. Rentas temporales: constantes, inmediatas, vencidas y enteras	89
1. Definición y clasificaciones	89
1.1. Clasificación según su espacio temporal	90
1.2. Clasificación según la secuencia que se observe en el importe de sus términos	91

1.3. Clasificación según la secuencia temporal que se observe en cada período	92
1.4. Clasificación según el momento en el que se haga efectivo el término de la renta dentro de cada período.	93
1.5. Clasificación según el momento en el que se haga efectivo el primer término	94
1.6. Clasificación según si coincide la frecuencia de los períodos en los que se hacen efectivos los términos y la frecuencia de capitalización.	95
2. Valor actual y valor final de las rentas temporales, constantes, inmediatas, vencidas y enteras	96
2.1. Valor actual	96
2.2. Valor final	107
2.3. Una relación importante entre el valor actual y el valor final.	114
En síntesis	116
Test de autoevaluación	118
Ejercicios.	119
Capítulo V. Rentas temporales, constantes, enteras, diferidas y adelantadas	123
1. Rentas adelantadas	123
1.1. Valor actual de las rentas adelantadas.	123
1.2. Valor final de las rentas adelantadas	127
1.3. Relación entre valor actual y valor final de las rentas adelantadas.	131
2. Rentas diferidas.	132
2.1. Rentas diferidas y vencidas. Valor actual	133
2.2. Rentas diferidas y adelantadas. Valor actual.	137
2.3. Relación entre valor actual y valor final de las rentas diferidas	141
En síntesis	144
Test de autoevaluación	145
Ejercicios.	147
Capítulo VI. Rentas perpetuas y rentas fraccionadas	151
1. Rentas perpetuas.	151
1.1. Valor actual. Rentas constantes, inmediatas, vencidas y enteras	152
1.2. Corrección de las fórmulas para rentas diferidas y rentas adelantadas	155
2. Rentas fraccionadas	161
2.1. Valor actual. Rentas constantes, inmediatas, vencidas y fraccionadas	162
2.2. Valor final. Rentas constantes, inmediatas, vencidas y fraccionadas	167
2.3. Corrección de las fórmulas para rentas diferidas y rentas adelantadas	170
2.3.1. Valor actual en rentas diferidas y rentas adelantadas	170
2.3.2. Valor final en rentas diferidas y rentas adelantadas	173
2.4. Rentas perpetuas y fraccionadas.	175
En síntesis	177
Test de autoevaluación	179
Ejercicios.	180
Capítulo VII. Rentas variables en progresión geométrica y aritmética	183
1. Rentas en progresión geométrica	183
1.1. Valor actual. Renta temporal, inmediata, vencida y entera	185
1.2. Valor final. Renta temporal, inmediata, vencida y entera.	189

1.3. Valor actual. Renta perpetua, inmediata, vencida y entera	191
2. Rentas en progresión aritmética	193
2.1. Valor actual. Renta temporal, inmediata, vencida y entera	195
2.2. Valor final. Renta temporal, inmediata, vencida y entera	198
2.3. Valor actual. Renta perpetua, inmediata, vencida y entera	200
3. Correcciones de las fórmulas para rentas adelantadas, diferidas y fraccionadas.	201
3.1. Correcciones para el cálculo de las rentas adelantadas y diferidas	202
3.2. Correcciones para el cálculo de las rentas fraccionadas.	206
En síntesis	213
Test de autoevaluación	214
Ejercicios.	215
Capítulo VIII. Introducción a los sistemas de préstamos	219
1. Conceptos fundamentales.	219
1.1. Elementos constitutivos de los sistemas de préstamo.	219
1.2. Plazo de carencia (o plazo de gracia)	221
1.3. Costo financiero total. Tasa efectiva del prestamista y del prestatario.	222
2. Préstamos con pago único y vencido de amortización e interés.	223
2.1. Pago único con ley financiera de interés simple	224
2.2. Pago único con ley financiera de interés compuesto	227
2.3. Tasa efectiva del prestatario y tasa efectiva del prestamista.	229
3. Préstamo con pago único y vencido de amortización y pago periódico de intereses (<i>In fine</i> o Sistema americano clásico)	233
3.1. Tasa efectiva del prestatario y tasa efectiva del prestamista.	237
4. Sistema americano con constitución de fondo de amortización (con tasas de interés fijas)	243
4.1. Estructura y cálculo de la cuota pura	243
4.2. Amortización, intereses y saldos.	244
En síntesis	247
Test de autoevaluación	249
Ejercicios.	250
Capítulo IX. Sistema francés y sistema alemán	253
1. Sistema francés (con tasa de interés fija)	253
1.1. Estructura y cálculo de la cuota pura	254
1.2. Amortización, intereses y saldos.	256
1.3. Sistema francés con tasa de interés variable.	261
2. Sistema alemán (con tasa de interés fija)	265
2.1. Estructura y cálculo de la cuota pura y el saldo	265
2.2. Amortización e intereses.	267
2.3. Sistema alemán con tasa de interés variable.	270
3. Gastos de concesión	272
3.1. Inclusión de los gastos de concesión en la cuota	274
3.2. TAE, tasa efectiva del prestatario y tasa efectiva del prestamista.	278
4. Una nota comparativa entre el sistema americano, el francés y el alemán	282
En síntesis	286
Test de autoevaluación	288
Ejercicios.	289

Capítulo X. Técnicas para la evaluación de inversiones	293
1. Plazo de recupero (<i>payback</i>)	294
2. Tasa contable de ganancia	296
3. Plazo de recupero ajustado	297
4. Valor actual neto	300
5. Tasa interna de retorno	303
6. Tasa interna de retorno modificada	305
7. Índice de rentabilidad	308
8. Modificación para proyectos con valor residual	309
En síntesis	316
Test de autoevaluación	318
Ejercicios	319
Referencias bibliográficas	323

Contenido del CD

- Anexos de capítulos I, II, IV, VI, VII y IX
- Resolución de ejercicios
- Listado de fórmulas

Prólogo

Las matemáticas financieras constituyen una herramienta fundamental para resolver operaciones financieras de diversa índole, tanto en los ámbitos empresarial y profesional como en la vida cotidiana, porque nos ayudan a tomar decisiones con fundamentos sólidos a la hora de analizar proyectos de inversión y operaciones de financiamiento de naturaleza tan amplia como evaluar la utilización de instrumentos financieros, contratos, hipotecas y préstamos o determinar los mercados en los que un negocio puede obtener la mayor rentabilidad, y situaciones habituales como decidir qué tarjeta de crédito posee los mejores beneficios o qué comercio ofrece la mejor financiación.

En ese sentido los conocimientos inherentes al estudio de las matemáticas financieras también representan un insumo básico e imprescindible para el aprendizaje de asignaturas como contabilidad, costos, evaluación de proyectos de inversión, organización industrial y todas las referentes al campo de la administración y las finanzas, entre otras. De allí derivan la importancia y la necesidad de que en la enseñanza se utilice una pedagogía que permita que el lector incorpore los conceptos de la mejor manera para luego poder emplearlos acertadamente en las áreas mencionadas antes.

En relación con el último punto diremos que, en ocasiones, los profesores universitarios realizan obras relativas a las materias que profesan y en muchos casos logran obtener trabajos de verdadera excelencia. No obstante, algunas veces las obras encuentran una didáctica pobre que torna poco accesible la temática para el alumno y así dificulta su acercamiento a los conocimientos pretendidos. Nosotros creemos que las matemáticas financieras representan uno de esos casos.

En consecuencia, el libro que presentamos y que hemos titulado *Matemática financiera* tiene como objetivo introducir al lector en el uso y la aplicación de las matemáticas financieras a partir de un enfoque teórico pero fundamentalmente práctico que, a diferencia de lo que sucede con otros manuales de estudio, utiliza un gran número de ejemplos y ejercicios resueltos (estos últimos incluidos en el CD adjunto) y establece una dinámica de aprendizaje que permite asimilar los conocimientos a partir de situaciones “reales” que podrían ser parte de la vida cotidiana de cualquier persona. Por consiguiente, a partir de la didáctica propuesta, las operaciones financieras ya no serán entendidas solo como una rama de la matemática aplicada en un sentido abstracto, sino que se incorporarán como parte del conocimiento propio que hace a los saberes de la denominada “cultura general”.

En lo que se refiere a este último punto, podemos afirmar que, en esencia, las aplicaciones matemáticas que se utilizan en los cálculos financieros más

comunes son extremadamente sencillas. Los lectores comprobarán que, para conocer la temática, no requerirán más conocimiento que el necesario para operar con ecuaciones simples más una de las propiedades básicas de los logaritmos que usamos para despejar un exponente. En tal sentido, aquellos que ya posean un conocimiento básico de las álgebras estarán en condiciones de adquirir la capacidad de manejar las aplicaciones matemáticas para el análisis financiero más común, el que, por otra parte, resulta ser el más utilizado. No obstante, a nuestro entender, la dificultad en el estudio de los tópicos de esta disciplina no radica particularmente en problemas con la aplicación de las técnicas matemáticas, sino en la dificultad para interpretar y razonar de qué forma se las debe utilizar.

El libro *Matemática financiera* consta de diez capítulos, entre los que podemos identificar cuatro temáticas perfectamente definidas. Los tres primeros son de carácter introductorio y en ellos se desarrollan los conceptos de interés y descuento, sean estos de carácter simple o compuesto. Los cuatro capítulos que siguen corresponden a la presentación de las nociones básicas y al análisis de los diversos tipos de rentas (enteras y fraccionadas, vencidas y adelantadas, inmediatas y diferidas, temporales y perpetuas, constantes y variables). En los capítulos VIII y IX, que corresponden a la tercera parte del libro, se presentan los conceptos fundamentales propios de las operaciones de préstamo y de los distintos sistemas de préstamos que se utilizan comúnmente en las operaciones financieras (sistema americano, sistema francés y sistema alemán). Por último, en el capítulo X se analizarán las técnicas de evaluación de inversiones, entre las que se incluirán tanto las técnicas más importantes basadas en criterios contables como las técnicas más representativas basadas en principios financieros.

De esta forma, la obra pretende abarcar un abanico importante de temas y brindar un enfoque “amistoso” y didáctico que profundice en puntos esenciales sobre los que, dada nuestra experiencia en el dictado de la materia, podemos afirmar que serán ejes cruciales para el entendimiento posterior de la temática abordada.

Después de esta breve descripción de las características y el contenido de este libro consideramos que, antes de finalizar, es importante mencionar que los conocimientos que se adquieren en el estudio de las matemáticas financieras son acumulativos. Esto quiere decir que la incorporación de conceptos se produce en forma gradual y que como esos conceptos se hallan estrechamente vinculados entre sí, no se puede comprender un tema sin haber comprendido verdaderamente los anteriores. Es por eso que para avanzar en el proceso de aprendizaje se recomienda enfáticamente que se estudien e incorporen a conciencia los conceptos para luego realizar los ejercicios pertinentes a cada tema. En este punto radica la clave del estudio de las matemáticas financieras, y entender esto es el primer paso para emprender un camino exitoso en el aprendizaje.

Capítulo I

Introducción, nociones fundamentales y tasas de interés

En este primer capítulo nos introduciremos en el estudio de la materia. Para ello comenzaremos con algunos comentarios que nos servirán de guía para el abordaje del estudio que pretendemos y daremos algunos ejemplos para ubicar al lector en el tipo de situaciones que se estudian con la matemática financiera.

Después de esta introducción preliminar presentaremos las nociones fundamentales del cálculo financiero, las que sentarán las bases conceptuales que darán sustento al resto de la materia.

Finalmente presentaremos y definiremos las distintas tasas de interés, uno de los componentes esenciales del cálculo financiero.

Introducción

Cómo abordar el estudio de las matemáticas financieras

Bajo el título matemática financiera se encuadra una serie de herramientas matemáticas de uso cotidiano, no solo de las empresas, sino también de los individuos. Esto tiene la ventaja de permitir la posibilidad de asociar los conocimientos adquiridos en esta materia con circunstancias que pueden resultar familiares, lo que representa una gran ventaja de la cual se debe hacer uso siempre.

El mejor método para comprender los problemas es “teatralizarlos”, es decir imaginar y entender las interrelaciones que se producen en una operación financiera y evitar el impulso inicial de abordar el tema desde un enfoque puramente matemático. Una parte importante del estudio de esta materia radica en la ejercitación y a lo largo de la obra iremos analizando y realizando distintos ejercicios con el objetivo de afianzar los conocimientos conceptuales presentados en cada punto. Sin embargo, conviene que al realizar los ejercicios se comprenda muy bien la dinámica de la operación financiera que se intenta resolver, puesto que muy a menudo se observa un impulso a dar una lectura rápida a los temas y comenzar con la ejercitación.

Las principales fallas no se deben a la falta de conocimientos matemáticos sino a errores conceptuales o de interpretación. En cualquier caso, es preciso tener presente que lo que se intenta medir es el resultado de operaciones financieras en las que intervienen personas, o las condiciones sobre la base de las cuales se efectúan tratos entre ellas, siempre que esto pueda ser modelado