

DINÂMICA NO LINEAL

Dinámica no lineal

Gabriel B. Mindlin

UNIVERSIDAD NACIONAL DE QUILMES

Rector
Alejandro Villar

Vicerrector
Alfredo Alfonso



Bernal, 2018

Colección Nuevos enfoques en ciencia y tecnología
Dirigida por Diego Golombek

Mindlin, Gabriel B.
Dinámica no lineal / Gabriel B. Mindlin. - 1a ed. - Bernal:
Universidad Nacional de Quilmes, 2018.
248 p.; 22 x 15 cm. - (Nuevos enfoques en ciencia y tecnología /
Golombek, Diego)

ISBN 978-987-558-503-4

1. Física. 2. Física Cuántica. 3. Estudios. I. Título.
CDD 530.12

© Gabriel B. Mindlin, 2018
© Universidad Nacional de Quilmes, 2018

Universidad Nacional de Quilmes
Roque Sáenz Peña 352
(B1876BXD) Bernal, Provincia de Buenos Aires
República Argentina

editorial.unq.edu.ar
editorial@unq.edu.ar

ISBN: 978-987-558-503-4

Queda hecho el depósito que marca la ley 11.723
Impreso en Argentina

ÍNDICE

El autor	11
Prefacio	13
Capítulo I	15
1. Newton y el origen de la dinámica	15
2. Una mirada newtoniana a la neurociencia	17
3. Newton y la gravitación: éxito y laberinto	19
4. Vocabulario	21
5. Ecuaciones lineales y no lineales	23
6. Trayectorias	24
7. Qué puede pasar en un sistema lineal y en uno no lineal	25
8. Un primer acercamiento a la linealización	31
9. Ecuaciones diferenciales y determinismo	33
Referencias comentadas	36
Capítulo II	37
1. Bifurcaciones	37
2. Representando una bifurcación	37
3. Dos ejemplos, más emparentados de lo que parece	39
4. Un primer intento de formalización	43
5. Diagrama de bifurcaciones multidimensional	43
6. Bifurcación transcítica	47
7. Bifurcación de pitchfork, o tridente	47
8. El origen dinámico de la baja dimensionalidad	53
Referencias comentadas	56
Capítulo III	57
1. Sistemas lineales bidimensionales: punto fijo aislado versus subespacio de puntos fijos	57
2. Desglosando un sistema lineal. Autovectores y principio de linealidad	58

3. Análisis de los casos posibles	62
4. Cambios de coordenadas para llevar un sistema lineal a uno de los casos paradigmáticos	68
5. Sistemas lineales forzados	75
Referencias comentadas	79
Capítulo IV	81
1. Ciclos límite: definición y ejemplos	81
2. Osciladores de relajación	84
3. Descartando ciclos límite, demostrando su existencia	88
4. Bifurcaciones que dan lugar a ciclos límite	91
5. Períodos y contenido espectral de ciclos límite	93
6. La diferencia de fase entre un oscilador forzante y uno forzado	96
7. Comentario sobre una aplicación para el sistema vocal aviar	98
8. Mapas de Poincaré	99
Referencias comentadas	101
Capítulo V	103
1. Variedades invariantes	103
2. Definiciones y cómputo de variedades invariantes	106
3. Un modo alternativo de cálculo de variedades	108
4. Mapas locales cerca del punto fijo, para los casos hiperbólicos	109
5. Teorema de la linealización	112
6. Punteros hacia la demostración del teorema: el caso del sumidero	114
7. Variedades invariantes y variedades lineales	116
8. El péndulo físico y sus trayectorias periódicas	118
9. Demostrando existencia de órbitas homoclínicas	120
Referencias comentadas	122
Capítulo VI	123
1. Bifurcaciones en sistemas planos, la bifurcación nodo-silla	123
2. Bifurcaciones de pitchfork y transcítica	129
3. Bifurcación de nodo-silla de ciclos	131
4. Bifurcación homoclínica	132
5. Un ejemplo que resume nuestras descripciones	134
6. Ejemplo: la bifurcación de Takens-Bogdanov con términos cúbicos	137
Referencias comentadas	140

Capítulo VII	141
1. Reducción de la dimensionalidad: la variedad central	141
2. Formalizando el problema	147
Referencias comentadas	151
Capítulo VIII	153
1. Formas normales: presentación	153
2. Notación	153
3. El mecanismo de reducción de la ecuación	155
4. Invertiendo LDF. Parte 1	157
5. Formalizando	162
6. Parte lineal no diagonal	163
7. Forma normal para sistemas linealmente oscilatorios	165
8. Forma normal para el caso de dos autovalores nulos, con un autovector	168
Referencias comentadas	169
Capítulo IX	171
1. Oscilaciones forzadas: agitando sistemas lineales	171
2. Agitando sistemas no lineales	173
3. Mapa de Smale	177
4. Templados	186
5. Análisis topológico de señales temporales caóticas	191
Referencias comentadas	192
Capítulo X	193
1. Análisis de datos temporales: reconstrucción de un espacio de fases	193
2. El esqueleto de un sistema dinámico. El esqueleto del caos	196
3. Diagnóstico caótico	200
Referencias comentadas	204
Capítulo XI	205
1. Análisis de patrones espacio-temporales	205
2. Descomposición en modos empíricos	205
3. Descomposición de Galerkin	208
4. Ecuaciones de reacción-difusión	211
5. Ecuaciones de reacción-difusión en química	213
6. Los patrones espaciales en los caparazones de los moluscos	215
Referencias comentadas	221

Capítulo XII	223
1. Campo medio para osciladores acoplados	223
2. La sincronización de dos unidades acopladas, el forzado de una unidad ..	224
3. Modelo de Kuramoto	225
4. El <i>ansatz</i> de Antonsen-Ott	227
5. Sistemas excitables	232
Referencias comentadas	235
Bibliografía	237
Índice temático	241

EL AUTOR

Gabriel B. Mindlin es profesor titular de Física en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales (UBA) e investigador superior del Conicet. Es licenciado en Física por la Universidad Nacional de La Plata y doctor por la Drexel University (Estados Unidos) desde 1991. Ha sido profesor en la Universidad de Navarra e investigador en la Universidad de California en San Diego. Es autor de alrededor de 110 artículos, y este es su cuarto libro. Trabaja en dinámica no lineal aplicada a la biofísica y neurociencia de la fonación aviar. Es director del Laboratorio de Sistemas Dinámicos de la UBA. Ha dirigido 15 tesis doctorales.

PREFACIO

El material incluido en este libro es la base del curso Dinámica no lineal, materia cuatrimestral de la Universidad de Buenos Aires que han tomado estudiantes de física, química, ingeniería, astronomía, y algunos biólogos con fuerte vocación cuantitativa. Los primeros capítulos presentan los elementos necesarios para describir la dinámica desplegada por sistemas dinámicos no lineales. Estos elementos son introducidos a medida que comparamos las soluciones posibles de sistemas lineales y no lineales de baja dimensión. Para escribir estos capítulos, me he basado en experiencias muy exitosas, como el libro de Steve Strogatz, y el de Hirsch, Smale y Devaney, los cuales son capaces de presentar en forma intuitiva el modo en que se trabaja en dinámica. A diferencia de estos, sin embargo, incluyo en este libro técnicas avanzadas que estimo necesarias para profundizar el estudio de los sistemas no lineales: la reducción a la variedad central y la reducción a las formas normales. La primera consiste en un procedimiento que nos permite reducir la dimensionalidad de nuestra descripción, mientras que la segunda nos permite llevar, en forma algorítmica, el problema de nuestro interés a otro “más sencillo”. Estos capítulos son más técnicos que lo habitual en presentaciones introductorias, pero permiten ganar importantes herramientas de trabajo. Los últimos capítulos tratan sobre sistemas caóticos, aplicaciones al análisis de señales temporales y espacio-temporales complejas, y el problema de la sincronización. De este modo, pretendo que el libro sirva tanto a quien busque una introducción al tema, como a quien necesite herramientas de dinámica no lineal para investigar y generar conocimiento.

Muchos investigadores me han acompañado a lo largo de estos años en el dictado de mi curso, y a todos ellos les agradezco el compromiso y sus aportes. Quisiera agradecer especialmente a Marcos Trevisan y a Alan Bush, por las lecturas críticas del manuscrito que dio lugar a

este libro, así como por sus sugerencias. También es un placer agradecer a Leandro Alonso, Ana Amador, Matías Goldín y Yonatan Sanz Perl. Cada uno aportó, en su momento, una mirada única y complementaria que me ha ayudado en la generación de la síntesis temática que aquí presento.

CAPÍTULO I

1. NEWTON Y EL ORIGEN DE LA DINÁMICA

La ciencia occidental contemporánea tiene dos pilares fundamentales: *El origen de las especies*, de Charles Darwin, que enmarca el modo en que se analizan los problemas biológicos, y *Principia*, de Isaac Newton. Es difícil sobreestimar el impacto que este último trabajo tuvo en la historia de las ideas. También sería injusto acotar su impacto a las ciencias físicas. En este capítulo vamos a discutir en qué sentido *Principia* afecta en forma profunda nuestra visión del mundo.

La primera edición de *Principia* data de 1687, con dos ediciones posteriores en 1713 y 1726. En esta obra, Newton propone un conjunto de leyes rectoras del movimiento de los cuerpos. La primera de ellas consiste en la definición de un sistema inercial de coordenadas, que es aquel para el cual valdrá su paradigma. En tal sistema, en ausencia de interacciones, un cuerpo continuará con su estado dinámico. Esto es, si se encontraba moviéndose con cierta velocidad, permanecerá con esa velocidad. La segunda proposición de Newton es la siguiente: en presencia de una interacción que dependa de la posición y velocidad del cuerpo, el apartamiento del estado de velocidad constante, esto es, la aceleración, será inversamente proporcional a una propiedad del cuerpo llamada la masa, lo cual describimos como:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d\vec{x}}{dt} \right) = \frac{1}{m} \vec{F} \left(x, \frac{d\vec{x}}{dt} \right).$$

Es interesante que, si bien llamamos a esta afirmación la segunda ley de Newton, no es estrictamente una ley, ya que no está prescripto cómo calcular la fuerza. Podemos afirmar que es una definición del concepto de masa, y también podemos pensarla como un programa de investi-